14.04.2020

# Тема урока: Арктангенс и решение уравнения tg x=a

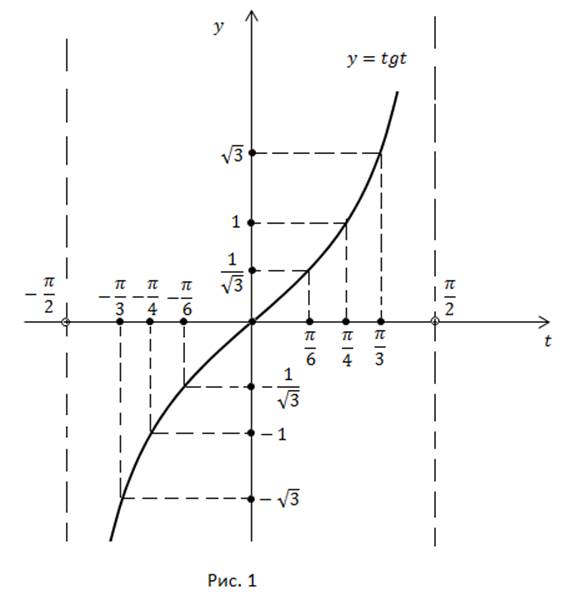
Изучение нового материала.

Выполнить конспект.

Чтобы ввести понятие **арктангенс**, рассмотрим функцию https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44755/c01fe400_f7bc_0130_22d8_22000a1c9e18.png

Построим её подробный график.

На оси абсцисс будем откладывать точки кратные https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44759/c13c57e0_f7bc_0130_22db_22000a1c9e18.png На оси ординат отложим соответствующие значения функции, известные нам из таблиц (рис. 1).



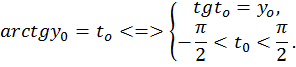
Промежуток https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44765/c370b060_f7bc_0130_22df_22000a1c9e18.png был выбран, так как на нем функция принимает все свои значения от https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44769/c516bc50_f7bc_0130_22e2_22000a1c9e18.png и монотонно возрастает.

Напомним о прямой и обратной задаче для любой функции.

Прямая задача: по заданному значению аргумента найти соответствующее значение функции. Например, если аргумент равен https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44772/c62ca350_f7bc_0130_22e4_22000a1c9e18.png то значение функции равно 1.

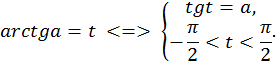
Обратная задача: задано значение функции, найти соответствующее значение аргумента промежутке https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44765/c370b060_f7bc_0130_22df_22000a1c9e18.png. Например, если https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44775/c742cc30_f7bc_0130_22e6_22000a1c9e18.png

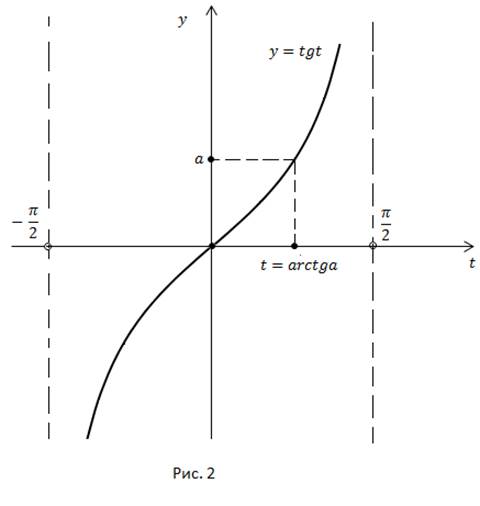
Каждое значение функции https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44779/c85a8450_f7bc_0130_22e8_22000a1c9e18.png на промежутке https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44765/c370b060_f7bc_0130_22df_22000a1c9e18.png достигается только при одном значении аргумента и называется арктангенсом.



[Определение арктангенса и графическая интерпретация](https://interneturok.ru/lesson/algebra/10-klass/trigonometricheskie-uravneniyab/arktangens-i-reshenie-uravneniya-tg-x-a#mediaplayer)

Арктангенс https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44786/ca83f7b0_f7bc_0130_22ed_22000a1c9e18.png это такое число https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44789/cb9cc870_f7bc_0130_22ef_22000a1c9e18.png тангенс которого равен https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44792/cca81110_f7bc_0130_22f1_22000a1c9e18.png





Значения арктангенса определяются по графику (рис. 1).

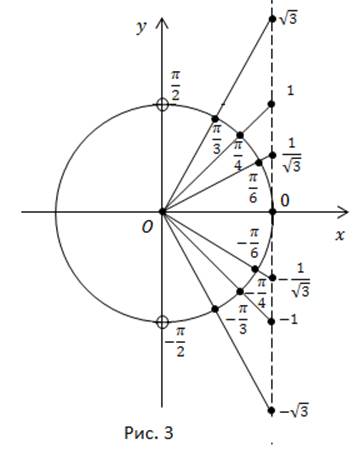
Например:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44802/d06418e0_f7bc_0130_22f8_22000a1c9e18.png

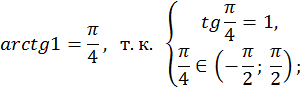
https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44805/d182f2e0_f7bc_0130_22fa_22000a1c9e18.png

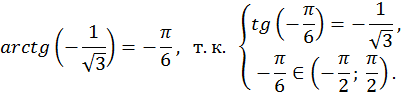
Покажем, как определять значения арктангенсов на тригонометрической окружности с помощью линии тангенсов.

Отметим на числовой окружности точки https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44809/d324bc20_f7bc_0130_22fc_22000a1c9e18.png Соединим каждую из них с  началом координат и проведем лучи до пересечения с линией тангенсов. Получим значения тангенсов для указанных углов (рис. 3).



Примеры:



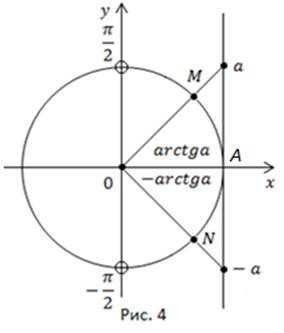


[Свойства арктангенса](https://interneturok.ru/lesson/algebra/10-klass/trigonometricheskie-uravneniyab/arktangens-i-reshenie-uravneniya-tg-x-a#mediaplayer)

Отметим важное свойство арктангенса:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44828/db0bc140_f7bc_0130_2307_22000a1c9e18.png

Проиллюстрируем его на единичной окружности (рис. 4).



Если https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44836/dd46e7d0_f7bc_0130_230b_22000a1c9e18.png

Если https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44839/de54fdc0_f7bc_0130_230d_22000a1c9e18.png ему соответствует дуга https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44843/df8def60_f7bc_0130_2310_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44844/e0924cc0_f7bc_0130_2311_22000a1c9e18.png

Например:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44846/e1a9ca80_f7bc_0130_2312_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44849/e32e2ce0_f7bc_0130_2313_22000a1c9e18.png

[Решение задач](https://interneturok.ru/lesson/algebra/10-klass/trigonometricheskie-uravneniyab/arktangens-i-reshenie-uravneniya-tg-x-a#mediaplayer)

Задача 1. Вычислить: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44852/e4723e70_f7bc_0130_2314_22000a1c9e18.png

Решение:

Значения арктангенсов определим по графику (рис. 1) или по свойству.

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44854/e57bc550_f7bc_0130_2315_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44857/e67b7fd0_f7bc_0130_2316_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44860/e782f7d0_f7bc_0130_2317_22000a1c9e18.png

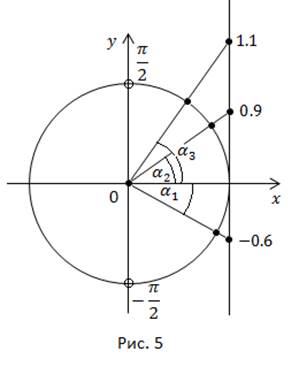
https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44863/e881b780_f7bc_0130_2318_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44867/e9953ba0_f7bc_0130_2319_22000a1c9e18.pnghttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44870/ea967240_f7bc_0130_231a_22000a1c9e18.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44873/ebbabef0_f7bc_0130_231b_22000a1c9e18.png

Задача 2. Расположите в порядке возрастания числа: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44876/ecc10660_f7bc_0130_231c_22000a1c9e18.png

Решение (рис. 5).



https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44882/eeb5c5f0_f7bc_0130_231e_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44887/efe695a0_f7bc_0130_231f_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44889/f0dfc1c0_f7bc_0130_2320_22000a1c9e18.png

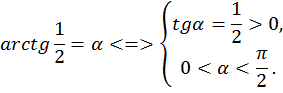
На промежутке https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44892/f1dd9f90_f7bc_0130_2321_22000a1c9e18.png функция монотонно возрастает https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44895/f341fd60_f7bc_0130_2322_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44898/f4570930_f7bc_0130_2323_22000a1c9e18.png

Задача 3. Вычислить https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44903/f5fe2810_f7bc_0130_2324_22000a1c9e18.png

Решение:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44906/f7664030_f7bc_0130_2325_22000a1c9e18.png



Найдем https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44912/f9e58980_f7bc_0130_2327_22000a1c9e18.png

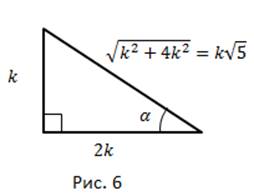
https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44915/fae7e790_f7bc_0130_2328_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44918/fbd99e60_f7bc_0130_2329_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44922/fcd8cf20_f7bc_0130_232a_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44925/fde45750_f7bc_0130_232b_22000a1c9e18.png

Проиллюстрируем решение на прямоугольном треугольнике (рис. 6).



Дан угол https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44930/ffdff7c0_f7bc_0130_232d_22000a1c9e18.png т.е. катеты равны https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44933/00cef8c0_f7bd_0130_232e_22000a1c9e18.png Гипотенузу находим по теореме Пифагора,  https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44935/01c460a0_f7bd_0130_232f_22000a1c9e18.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44938/02bbd800_f7bd_0130_2330_22000a1c9e18.png

Задача 4. Вычислить https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44941/04156080_f7bd_0130_2331_22000a1c9e18.png

Решение:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44943/052119c0_f7bd_0130_2332_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44946/062ab340_f7bd_0130_2333_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44949/072cd550_f7bd_0130_2334_22000a1c9e18.png

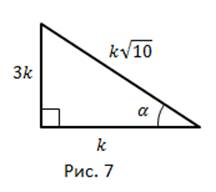
https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44951/08261e00_f7bd_0130_2335_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44954/091fe960_f7bd_0130_2336_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44956/0a1390e0_f7bd_0130_2337_22000a1c9e18.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44958/0b109d70_f7bd_0130_2338_22000a1c9e18.png

Проиллюстрируем решение на прямоугольном треугольнике  (рис. 7).



https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44964/0d024990_f7bd_0130_233a_22000a1c9e18.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44966/0df505a0_f7bd_0130_233b_22000a1c9e18.png

Задача 5. Вычислить https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44969/0eee6d10_f7bd_0130_233c_22000a1c9e18.png

Решение:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44972/0fead590_f7bd_0130_233d_22000a1c9e18.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/44974/10dcd0e0_f7bd_0130_233e_22000a1c9e18.png

15.04.2020

**Тема: Тригонометрические уравнения**. **Решение уравнения tgx=a**

**Выполнить конспект и самостоятельную работу.**

[1. Тема урока, введение](https://interneturok.ru/lesson/algebra/10-klass/trigonometricheskie-uravneniyab/arktangens-i-reshenie-uravneniya-tg-x-a-prodolzhenie#mediaplayer)

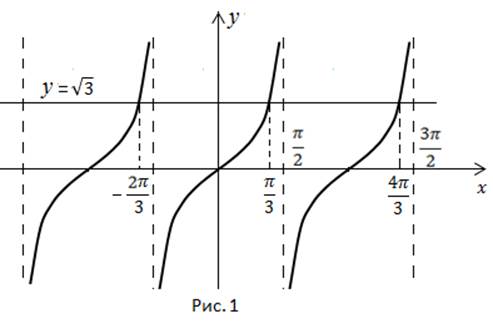
На этом уроке мы рассмотрим решение уравнения https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45078/8a5cf750_f7bf_0130_bb89_12313d0128c8.png для любого действительного https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45082/8ba8fe90_f7bf_0130_bb8d_12313d0128c8.png

[2. Решение уравнения tgx=√3](https://interneturok.ru/lesson/algebra/10-klass/trigonometricheskie-uravneniyab/arktangens-i-reshenie-uravneniya-tg-x-a-prodolzhenie#mediaplayer)

Задача 1. Решить уравнение https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45083/8d3f5ae0_f7bf_0130_bb8e_12313d0128c8.png

Решение:

Найдем решение с помощью графиков функций https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45087/8edc0800_f7bf_0130_bb92_12313d0128c8.png(рис. 1).

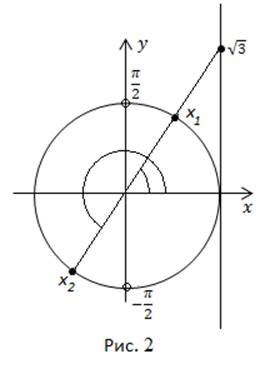


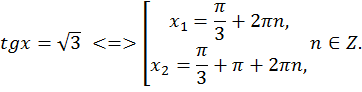
Рассмотрим промежуток  https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45092/9212e940_f7bf_0130_bb97_12313d0128c8.png На этом промежутке функция монотонна, значит, https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45096/937c3730_f7bf_0130_bb9b_12313d0128c8.png достигается только при одном значении функции.

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45098/94f57a50_f7bf_0130_bb9d_12313d0128c8.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45103/98ec64e0_f7bf_0130_bba2_12313d0128c8.png

Решим это же уравнение с помощью числовой окружности (рис. 2).

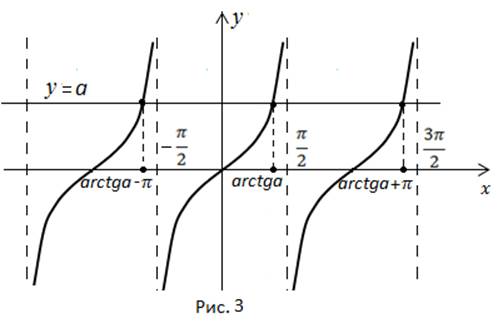




Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45111/9d94e2d0_f7bf_0130_bbaa_12313d0128c8.png

[3. Решение уравнения tgx=a в общем виде](https://interneturok.ru/lesson/algebra/10-klass/trigonometricheskie-uravneniyab/arktangens-i-reshenie-uravneniya-tg-x-a-prodolzhenie#mediaplayer)

Решим уравнение https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45114/9f196950_f7bf_0130_bbad_12313d0128c8.png в общем виде (рис. 3).

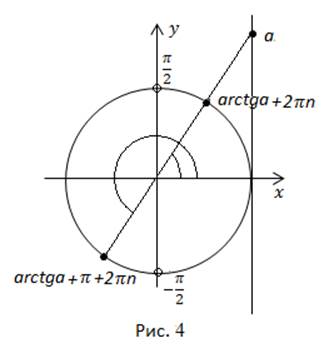


На промежутке https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45120/a22dd260_f7bf_0130_bbb3_12313d0128c8.png уравнение https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45114/9f196950_f7bf_0130_bbad_12313d0128c8.png имеет единственное решение https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45122/a3c8acb0_f7bf_0130_bbb5_12313d0128c8.png

Наименьший положительный период  https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45125/a5181d50_f7bf_0130_bbb8_12313d0128c8.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45128/a6b6e640_f7bf_0130_bbbb_12313d0128c8.png

Проиллюстрируем на числовой окружности (рис. 4).



https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45133/a961d730_f7bf_0130_bbc0_12313d0128c8.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45128/a6b6e640_f7bf_0130_bbbb_12313d0128c8.png

[4. Решение задач](https://interneturok.ru/lesson/algebra/10-klass/trigonometricheskie-uravneniyab/arktangens-i-reshenie-uravneniya-tg-x-a-prodolzhenie#mediaplayer)

Задача 2. Решить уравнение https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45135/aaf83f10_f7bf_0130_bbc2_12313d0128c8.png

Решение:

Произведем замену переменной https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45138/acd7e580_f7bf_0130_bbc5_12313d0128c8.png

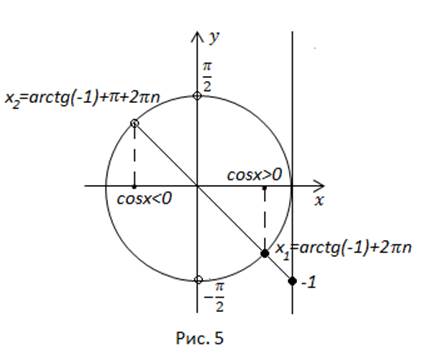
https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45141/ae7166e0_f7bf_0130_bbc8_12313d0128c8.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45144/afe2c070_f7bf_0130_bbcb_12313d0128c8.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45147/b16ba7a0_f7bf_0130_bbce_12313d0128c8.png

Задача 3. Решить систему: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45149/b2cacd40_f7bf_0130_bbd1_12313d0128c8.png

Решение (рис. 5):



https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45155/b5ade250_f7bf_0130_bbd6_12313d0128c8.png

В точке https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45158/b6c95b20_f7bf_0130_bbd9_12313d0128c8.png значение https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45160/b8229fa0_f7bf_0130_bbdb_12313d0128c8.png поэтому решением системы является только точка https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45162/b9958df0_f7bf_0130_bbdd_12313d0128c8.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45166/bb9e02f0_f7bf_0130_bbe1_12313d0128c8.png

Задача 4. Решить уравнение https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45169/bd63c870_f7bf_0130_bbe4_12313d0128c8.png

Решение:

Решим методом замены переменной: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45172/bf16b3c0_f7bf_0130_bbe7_12313d0128c8.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45174/c0960a90_f7bf_0130_bbe9_12313d0128c8.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45176/c1972740_f7bf_0130_bbeb_12313d0128c8.png

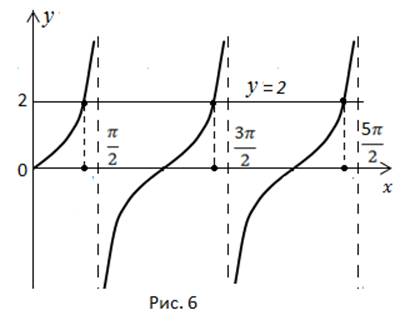
https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45178/c3043120_f7bf_0130_bbed_12313d0128c8.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45179/c4672fb0_f7bf_0130_bbee_12313d0128c8.png

Задача 5. Найти число решений уравнения https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45182/c5733720_f7bf_0130_bbf1_12313d0128c8.png на промежутке https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/45184/c6a116f0_f7bf_0130_bbf3_12313d0128c8.png

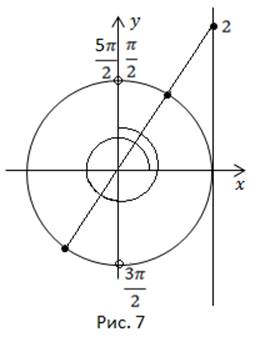
Решение:

Решим задачу с помощью графика (рис. 6).



Уравнение имеет три решения на заданном промежутке.

Проиллюстрируем на числовой окружности (рис. 7), хотя это не так наглядно, как на графике.



Ответ: Три решения.

Самостоятельная работа

Решите уравнения: